

Dr. T. Moede
t.moede@tu-bs.de
Universitätsplatz 2, Raum 426
0531 391-7527



Übungsblatt 9

Aufgabe 1. (Eulersche φ -Funktion I)

Gegeben sei $n = 14017$. Ihnen wird verraten, dass n das Produkt zweier Primzahlen ist und dass $\varphi(14017) = 13780$ gilt. Bestimmen Sie die Primfaktorzerlegung von n .

Aufgabe 2. (Eulersche φ -Funktion II)

Beweisen Sie, dass für die eulersche φ -Funktion und jede natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$

$$n = \sum_{d|n} \varphi(d)$$

gilt. Hierbei läuft die Summe über alle Teiler d von n .

Aufgabe 3. (Folgerungen aus dem Satz von Euler)

- Bestimmen Sie im Kopf die 17-te Wurzel aus 232630513987207.
- Beweisen Sie: Für jede natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ gilt $n^{17} \equiv n \pmod{10}$.
- Bestimmen Sie erneut im Kopf die 17-te Wurzel aus 232630513987207.

Aufgabe 4. (Modulare Inverse)

Sie wissen, dass für $a, n \in \mathbb{Z}$ mit $\text{ggT}(a, n) = 1$ ein modulares Inverses x existiert. Es gibt also ein $x \in \mathbb{Z}$ mit

$$ax \pmod{n} = 1.$$

Zeigen Sie, dass diese Bedingung auch notwendig ist, d.h. beweisen Sie, dass für $a, n \in \mathbb{Z}$ mit $\text{ggT}(a, n) > 1$ kein modulares Inverses existiert. Überlegen Sie sich dazu zunächst, dass es eine Zahl $b \in \mathbb{Z}$, $b \pmod{n} \neq 0$ gibt mit

$$ba \pmod{n} = 0.$$